

Ventisettesima Gara di Programmazione della Macchina di Turing per studenti delle Scuole Superiori

18 Maggio 2024

Esercizi

AVVISI:

- Se non specificato altrimenti, le sequenze iniziali su nastro si intendono *non vuote*, ovvero contenenti almeno un simbolo.
- Per numero decimale si intende un numero positivo o nullo rappresentato con le cifre 0,1,2,...,9, senza zeri iniziali non significativi. Per esempio, 0 e 19 sono numeri validi, mentre 0032 deve essere scritto come 32.
- Nel fornire le soluzioni, ricordarsi di pulire il nastro finale da ogni simbolo che non costituisca la risposta!
- Ogni volta che si salva la soluzione di un esercizio con il simulatore della macchina di Turing, il “timestamp” dell’esercizio viene aggiornato con il tempo trascorso fino a quel momento.
- Il tempo disponibile è di 3 ore, qualsiasi esercizio non salvato nel sistema di gara allo scadere del tempo non sarà considerato.



Esercizio 1 Le coalizioni [Punti 1].

E' tempo di elezioni in Europa. Dal 1979, ogni cinque anni, l'elettorato attivo dei paesi dell'unione si riunisce per eleggere il Parlamento Europeo. La struttura del parlamento è a due livelli: ogni paese vota i partiti locali, e questi si riuniscono strategicamente con quelli di altri paesi formando **coalizioni**. Ad oggi, le coalizioni più numerose sono quelle del Partito Popolare Europeo (PPE), del Partito del Socialismo Europeo (SD) e di Renew Europe (RE).

Data una lista di partiti locali, vogliamo risalire alle coalizioni corrispondenti: ad esempio il Partito Popolare Austriaco (PPA) e il Partito di Coalizione Nazionale Finlandese (KOK) appartengono al PPE, il francese Parti Socialiste (PS) e l'italiano Partito Democratico (PD) appartengono a SD, mentre l'irlandese Fianna Fáil (FF) appartiene a RE.

Si scriva un programma per macchina di Turing che, data sul nastro una sequenza di partiti locali sopra menzionati, separati da “.”, lasci sul nastro una sequenza con le corrispondenti coalizioni, nello stesso ordine, separate da “.”.

Esempio

Nastro Iniziale	Nastro Finale
PPA . PS . FF	PPE . SD . RE
FF . FF . PS . KOK . PD . PS	RE . RE . SD . PPE . SD . SD
PPA	PPE

Esercizio 2 Il presidente degli Stati Uniti [Punti 2].

E' tempo di elezioni anche negli Stati Uniti d'America. Li troviamo un sistema bipartitico dove tipicamente le elezioni sono dominate da due partiti: i *Democratici* e i *Repubblicani*.

Col sistema istituito nel 1789, gli elettori non eleggono direttamente il presidente ma votano per i "delegati"; questi a loro volta voteranno per il presidente, che per essere eletto avrà bisogno della maggioranza assoluta.

Si scriva un programma per macchina di Turing che, data sul nastro la sequenza di voti dei delegati (che potrà essere D per il candidato democratico, o R per quello repubblicano), lasci sul nastro solamente una lettera, corrispondente al candidato vincitore. Qualora nessuno dei due candidati abbia la maggioranza assoluta (ovvero un numero strettamente maggiore della metà dei votanti), si lasci sul nastro solamente la scritta "TIE".

Esempio

Nastro Iniziale	Nastro Finale
DDRDR	D
RRRRRRRRRR	R
RRDD	TIE



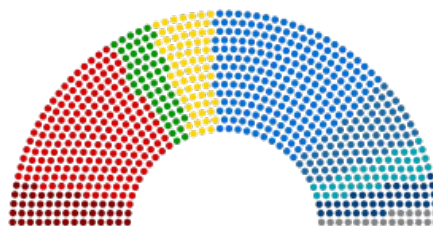
Esercizio 3 Ostracismo [Punti 3].

Essere votati non è sempre una cosa buona. Nell'antica Atene, si votava anche per decidere se allontanare o meno cittadini ritenuti pericolosi. Tra un gruppo di candidati potenzialmente pericolosi, ogni votante ne selezionava uno, incidendone il nome su un coccio detto *ostraka* (il papiro era troppo costoso per sprecarlo in questo modo!). Solamente il candidato ricevente il maggior numero di voti veniva effettivamente ostracizzato, ovvero esiliato da Atene per 10 anni.

Rappresentiamo ogni persona con un singolo carattere (A..Z). Si scriva un programma per macchina di Turing che, data sul nastro la sequenza di caratteri corrispondenti ai voti, lasci sul nastro il carattere corrispondente alla persona da ostracizzare, ovvero col massimo numero di voti. Se due o più persone avessero a pari merito il massimo numero di voti, la votazione deve essere ripetuta e si lasci un nastro vuoto.

Esempio

Nastro Iniziale	Nastro Finale
PPPPP	P
NYAYDYNAK	Y
ADEAEKKM	



Esercizio 4 Dove mi candidato? [Punti 4].

Gli stati dell'Unione Europea hanno diverse soglie di età minima per l'elezione dei cittadini alle varie cariche istituzionali. Vorremmo sapere, data la nostra età, in quale stato dell'Unione Europea e per quale carica in quello stato ci potremmo candidare.

In questo esercizio consideriamo tre tipi di cariche istituzionali: i membri della Camera bassa B (come in Italia, la Camera dei deputati), i membri della Camera alta A (come in Italia, il Senato della Repubblica), ed il Capo di Stato C (come in Italia, il Presidente della Repubblica).

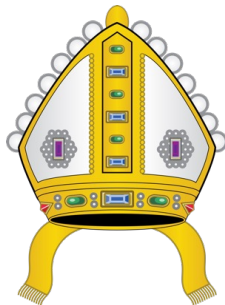
Gli stati che prendiamo in considerazione per la nostra candidatura sono i seguenti quattro, per i quali indichiamo le età minime per candidarsi alle tre cariche B, A e C:

Stato	Età minima per B	Età minima per A	Età minima per C
Repubblica Ceca (C)	21	40	40
Francia (F)	18	24	18
Italia (I)	25	40	50
Romania (R)	23	33	35

Denoteremo con la coppia di caratteri XY la carica Y dello stato X: ad esempio, IC sarà il capo di stato italiano. Si scriva un programma per macchina di Turing che, data sul nastro una sequenza di possibili candidature, separate da ".", lasci sul nastro l'età minima per candidarsi almeno ad una carica e l'età minima per candidarsi a tutte le cariche, separate da ".".

Esempio

Nastro Iniziale	Nastro Finale
IC.FC	18.50
RB.CB.FA.FC.IB.FB	18.25
CA.FA.IB.CC.IA.RA	24.40



Esercizio 5 Fumata nera o fumata bianca? [Punti 6].

Risalendo indietro nel tempo, un antico organo elettivo - forse il più antico tra quelli ancora attivi - è il *conclave*, il quale si occupa di eleggere il Papa. Fin dal 1270, per eleggere un nuovo Papa, i cardinali della chiesa Cattolica si riuniscono e votano inserendo in un'urna il nome del candidato da loro scelto. Per l'elezione è necessario che un candidato riceva ben due terzi dei voti, altrimenti i voti vengono bruciati (*fumata nera*) e si procede a una nuova votazione.

Consideriamo un conclave speciale dove invece dei due terzi sia necessaria l'unanimità del voto.

Si scriva un programma per macchina di Turing che, data sul nastro la sequenza dei voti espressi, determini se un singolo candidato ha ricevuto l'unanimità (ovvero tutti i voti espressi). In caso positivo, si lasci sul nastro solamente il nome del candidato, altrimenti si lasci la scritta FUMATA NERA.

Esempio

Nastro Iniziale	Nastro Finale
GIOVANNI.GIOVANNI.GIOVANNI	GIOVANNI
PAOLO.PAOLO.GIOVANNI.MARCO	FUMATA NERA
MATTEO.LUCA.MATTEO.PAOLO.MARCO.LUCA	FUMATA NERA

0	0	1	1	1
0	0	1	1	1
0	0	1	1	1
0	0	1	1	1
0	0	1	1	1
0	0	1	1	1
0	0	1	1	1
0	0	1	1	1
0	0	1	1	1
0	0	1	1	1
0	0	1	1	1
0	0	1	1	1

50 elettori
60% partito 1
40% partito 0

0	0	1	1	1
0	0	1	1	1
0	0	1	1	1
0	0	1	1	1
0	0	1	1	1
0	0	1	1	1
0	0	1	1	1
0	0	1	1	1
0	0	1	1	1
0	0	1	1	1
0	0	1	1	1
0	0	1	1	1

5 distretti
5 partito 1
0 partito 0
VINCE 1

0	0	1	1	1
0	0	1	1	1
0	0	1	1	1
0	0	1	1	1
0	0	1	1	1
0	0	1	1	1
0	0	1	1	1
0	0	1	1	1
0	0	1	1	1
0	0	1	1	1
0	0	1	1	1
0	0	1	1	1

5 distretti
2 partito 1
3 partito 0
VINCE 0

Esercizio 6 Distretti elettorali [Punti 8].

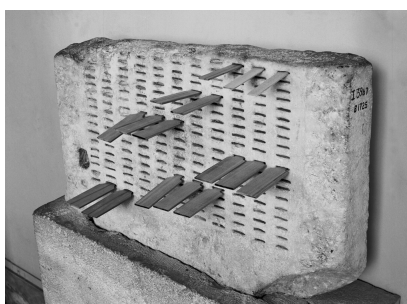
Invece della maggioranza dei votanti, alcune elezioni negli USA si basano sulla maggioranza dei distretti elettorali. Ogni distretto è un'area che raggruppa un certo numero di votanti: Il partito che ottiene la maggioranza assoluta all'interno del distretto vince l'intero distretto, e il partito che vince la maggioranza dei distretti vince le elezioni. Quindi in principio, un partito può vincere le elezioni anche non avendo la maggioranza dei votanti.

Consideriamo ad esempio due partiti, indicati da 0 ed 1, e la sequenza di voti 100111001100 corrispondente a persone che abitano in una data striscia della città. Se raggruppiamo le abitazioni in distretti elettorali contigui di larghezza $k = 3$, partendo da sinistra, il partito 0 vince con tre collegi elettorali su quattro: 100|111|001|100. Se si considera invece $k = 5$, la vittoria spetterà a 1 mediante la suddivisione 10011|10011|00, nella quale 1 vince nei primi due distretti. Infine, considerando $k = 4$ si ottiene un pareggio, ed in particolare abbiamo pareggi in ogni distretto: 1001|1100|1100.

Si scriva un programma per macchina di Turing che, data sul nastro la dimensione k dei collegi elettorali contigui da considerare, seguita da un punto, e una sequenza di voti per i partiti 0 ed 1, lasci sul nastro il solo partito vincente secondo tale suddivisione delle abitazioni. In caso di pareggio, si lasci sul nastro la parola "TIE". Si assuma che k sia tra 1 e 20, e comunque non superiore alla lunghezza della sequenza. Inoltre si noti che l'ultimo collegio elettorale (ovvero quello più a destra) può avere dimensione inferiore a k , ma il suo voto ha lo stesso valore.

Esempio

Nastro Iniziale	Nastro Finale
3.101110000	1
2.101110000	0
4.1000010111	TIE
1.1	1



Esercizio 7 κληρωτηριον (Kleroterion) [Punti 10].

Risalendo ancora nella storia troviamo la democrazia Ateniese, risalente addirittura al VI secolo avanti Cristo. Nel meccanismo elettivo era presente il Kleroterion, un macchinario usato per determinare in modo del tutto casuale (ma tra una fetta ristretta della popolazione) l'assegnazione delle cariche amministrative.

Nel macchinario erano inseriti i nomi di tutti i candidati eleggibili, e con delle sfere di metallo si estraevano i numeri dei candidati da selezionare.

Si scriva un programma per macchina di Turing che, data sul nastro una sequenza di numeri separati da “.”, seguiti dal carattere “:”, e dalla sequenza dei nomi dei candidati, anch’essi separati da “.”, lasci sul nastro solamente i candidati associati ai numeri dati, dove il numero “1” corrisponde al primo nome nella sequenza, e così via. Si lascino i nomi sempre separati da “.” e senza cambiarne l’ordine rispetto alla sequenza originale.

Si assuma che i numeri siano meno di 10, dati in ordine strettamente crescente (senza ripetizioni), e che la sequenza contenga meno di 100 nomi.

Esempio

Nastro Iniziale	Nastro Finale
3.6:NIKOS.ELENA.ALEXIA.ALEXANDROS.YANNI.DAPHNE	ALEXIA.DAPHNE
1.3.4:PINELOPI.GRIGORIOS.ARIS.CHRISTOS.KASSANDRA	PINELOPI.ARIS.CHRISTOS
1.2:PETROS.SELINI	PETROS.SELINI
1.3.5.7.9.11.13:A.B.C.D.E.F.G.H.I.J.K.L.M.N	A.C.E.G.I.K.M

Esercizio 8 Gerrymandering [Punti 12].

I distretti elettorali scelgono il governo degli USA, ma chi sceglie i distretti elettorali? Proprio il governo! Se si conosce l’intenzione di voto di determinati quartieri in un sistema di questo tipo, un governo può cambiare i confini dei distretti elettorali e vincere le elezioni anche senza la maggioranza assoluta dei votanti (si veda ad esempio l’esercizio 6).

La pratica scorretta di manipolare i confini dei distretti elettorali per ottenere un vantaggio è chiamata *gerrymandering* (dal padre fondatore americano “Elbridge Gerry” che lo praticò per la prima volta nel 1812, e “salamander”, salamandra, per la forma di alcuni distretti da lui disegnati).

Mettiamoci ora nei panni di Elbridge Gerry, nel 1812, per ri-disegnare i distretti elettorali per le elezioni del Senato nel Massachussets. Usando il migliore gerrymandering, cerchiamo di scegliere i confini dei distretti in modo che il suo partito vinca sull’opposizione.¹

Si scriva un programma per macchina di Turing che, dato sul nastro il nome del partito scelto (0 oppure 1), seguito da un punto e dalla sequenza di voti per i partiti 0 ed 1, lasci sul nastro la minima dimensione $k \geq 1$ dei collegi elettorali contigui da considerare affinché il partito scelto risulti vincitore (con le regole definite nell’esercizio 6). In caso la vittoria del partito scelto non fosse possibile per alcun valore di k , si lasci sul nastro solamente la lettera X.

Esempio

Nastro Iniziale	Nastro Finale
0.01010011	3
1.00010110000	X
0.00010110000	1

Esercizio 9 Sbarramento [Punti 15].

Alcune leggi elettorali prevedono una soglia di *sbarramento* che filtra partiti con pochi voti. L’attuale legge elettorale per il parlamento italiano, ad esempio, prevede che i partiti con meno del 3% dei voti non ricevano alcun seggio.

Consideriamo un’elezione dove ogni partito è rappresentato da una singola lettera (A..Z), e la soglia di sbarramento è il numero minimo di voti necessari per non essere filtrati.

Si scriva un programma per macchina di Turing che, dato sul nastro un numero compreso tra 1 e 9 rappresentante la soglia di sbarramento, seguita da un punto e dalla sequenza di voti ricevuti dai partiti, lasci sul nastro solamente i nomi dei partiti con un numero di voti maggiore o uguale alla soglia, ordinati per numero decrescente di voti ricevuti (in caso dei partiti ricevano gli stessi voti, si usi tra loro l’ordine alfabetico).

¹Ovviamente, facciamolo solo in un simulatore di macchina di Turing, e non con distretti reali.

Esempio

Nastro Iniziale	Nastro Finale
2.DACDACCB	CAD
1.DACDACCB	CADB
2.PARLAMENTOETTO	ETALO

Esercizio 10 Voto di scambio [Punti 25].

Sebbene ci sia sempre impegno per il corretto svolgimento di un'elezione, esistono malintenzionati disposti a tutto per vincere, anche letteralmente a comprare i voti.

Consideriamo una mappa dei distretti, rappresentata da una matrice bidimensionale con 6 righe e 6 colonne, dove 0 e 1 rappresentano le intenzioni di voto, e i caratteri “|” e “_” (underscore) sono usati per delimitare i distretti (le celle che contengono un delimitatore non votano). Il partito vincente è quello che ottiene un numero strettamente maggiore di distretti rispetto all'avversario.

Il nostro obiettivo è determinare il numero minimo di voti che il partito 0 ha bisogno di comprare per vincere le elezioni, dove per comprare un voto si intende trasformare un determinato 1 in uno 0.

In figura è mostrato il caso 1 (corrispondente al nastro nel primo esempio), con 6 distretti, dove due sono vinti da 0, due sono vinti da 1, e due sono in pareggio. Si può vedere come il partito 0 può ottenere una vittoria comprando un solo voto in due modi diversi: (a) dal distretto centrale in basso, vincendo con 3 distretti contro 2, o (b) dal distretto in alto a destra, trasformandolo in un pareggio, e vincendo con 2 distretti contro 1. La risposta è in ogni caso solamente il minimo numero di voti necessario, quindi 1. Nel caso 2, vediamo che servono ben 9 voti (ad es. come in figura, trasformando due distretti in vittorie per 0 e uno in pareggio), mentre nel caso 3 la risposta è zero dato che il partito 0 è già vincente.

Si scriva un programma per macchina di Turing che, data la mappa dei distretti sul nastro (una riga alla volta, dal basso verso l'alto, separate da “.”), lasci sul nastro solamente il numero minimo di voti che il partito 0 avrebbe bisogno di comprare per vincere le elezioni.

Per semplicità, si assuma che i separatori siano sempre righe intere o colonne intere della matrice (dove si intersecano due separatori viene messo solo il carattere “_”), e quindi creino solo distretti di forma rettangolare. Si assuma anche che non ci siano distretti “vuoti”, ovvero con nessun votante.

Esempio

Nastro Iniziale	Nastro Finale	Note
1 0 00.0 1 00. 1 1 10.0 1 11.0 1 01	1	caso 1
11 110.11 111.11 111. 11 111.11 110	9	caso 2
01 0 0. 11 0 1.11 1 1. 11 0 0	0	caso 3

caso 1

0		1		0	1
0		1		1	1
1		1		1	0
_	_	_	_	_	_
0		1		0	0
1		0		0	0

1 voto (a)

0		1		0	1
0		1		1	1
1		1		1	0
_	_	_	_	_	_
0		0		0	0
1		0		0	0

1 voto (b)

0		1		0	1
0		1		0	1
1		1		1	0
_	_	_	_	_	_
0		1		0	0
1		0		0	0

caso 2

1	1		1	1	0
1	1		1	1	1
_	_	_	_	_	_
1	1		1	1	1
1	1		1	1	1
1	1		1	1	0

9 voti

1	0		0	0	0
0	0		0	1	1
_	_	_	_	_	_
0	1		1	1	1
0	1		1	1	1
0	1		1	1	0

caso 3

1	1		0		0
_	_	_	_	_	_
1	1		1		1
1	1		0		1
_	_	_	_	_	_
0	1		0		0